

Dynamika mechatronických systémov

Dynamika bodu II.

Vladimír Kutiš

Oddelenie aplikovanej mechaniky a mechatroniky
UAMT, FEI STU Bratislava



SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta elektrotechniky a informatiky

SLOVAK UNIVERSITY OF TECHNOLOGY IN BRATISLAVA

Faculty of Electrical Engineering and Information Technology

Obsah prednášky

1. Zmena kinetickej energie
2. Konzervatívne sily, potenciálna energia
3. Príklady konzervatívnych síl

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Tabuľa

- Zmena kinetickej energie
- Konzervatívne sily, potenciálna energia
- Príklady konzervatívnych síl

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Práca sily

Mechanická práca:

- je definovaná ako skalárny súčin vektora sily \mathbf{F} a prírastku vektora polohy $d\mathbf{r}$

$$dA_F = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F_x dr_x + F_y dr_y + F_z dr_z$$

- tiež môžeme povedať, že práca predstavuje dráhový účinok sily
- celkovú prácu, ktorú koná sila \mathbf{F} na hmotnom bode teda je

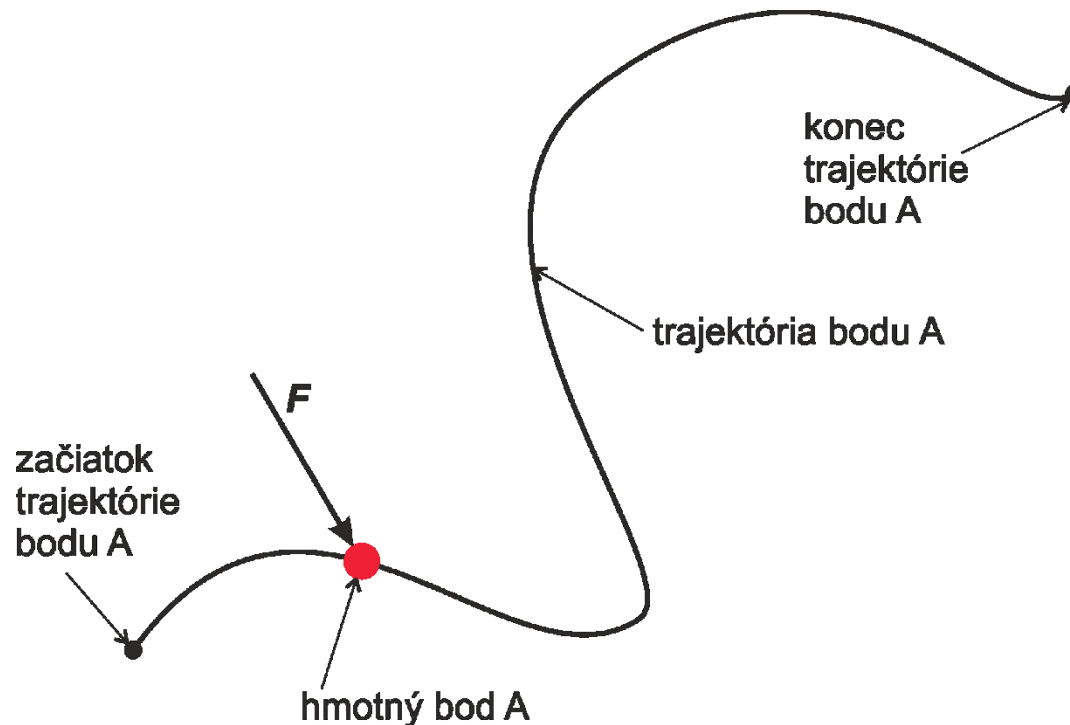
$$A_F = \int_{(\text{dráha})} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

vo všeobecnosti je závislá na tvare dráhy

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Mechanická práca:

- celkovú prácu, ktorú koná sila F na hmotnom bode teda je



4. Základné vety dynamiky

hmotného bodu

Kinetická energia

zmena kinetickej energie hmotného bodu medzi dvoma polohami je daná prácou všetkých síl medzi týmito polohami

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

hmotnosť
hmotného
bodu

rýchlosť
hmotného
bodu

$$E_k - E_{k0} = \sum A_{Fi}$$

zmena
 E_k medzi
dvoma stavmi

súčet prác
všetkých síl
pôsobiacich na
hmotný bod

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Konzervatívne sily

ak veľkosť práce danej sily nezávisí od samotnej dráhy pohybu tohto bodu, ale len od začiatočného a koncového bodu tejto dráhy, potom takéto sily voláme konzervatívne:

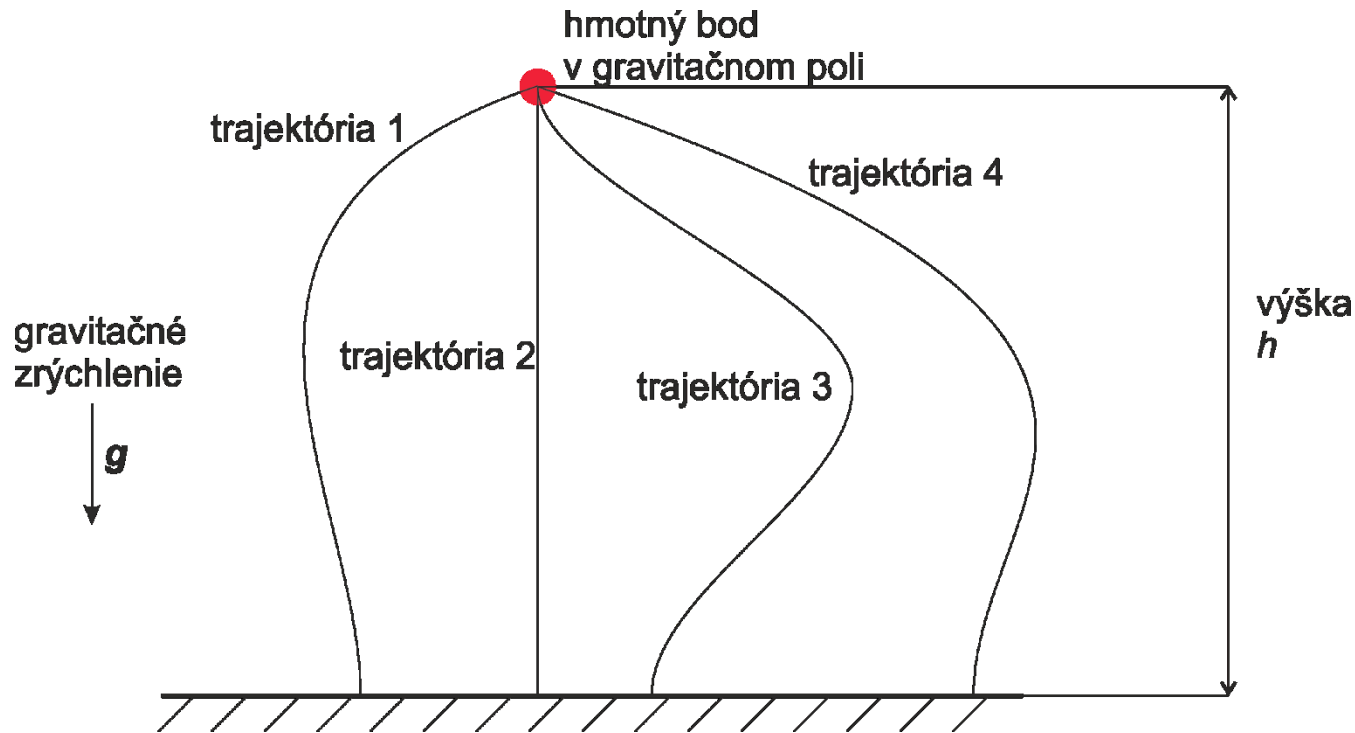
- gravitačná sila
- sila v pružine
- elektrostatická sila

Sily, ktorých práca závisí od samotnej dráhy, sú nekonzervatívne:

- trecie sily
- disipačné sily

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

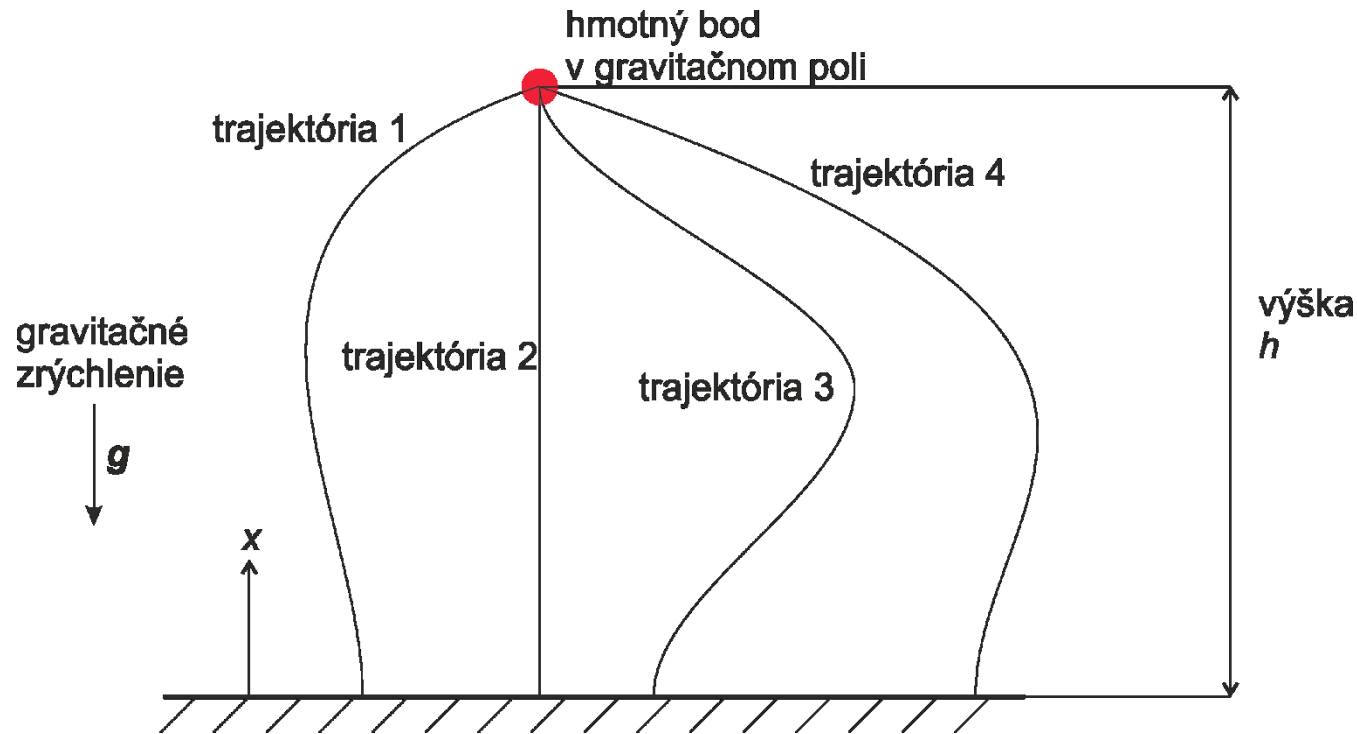
Konzervatívne sily



Gravitačná sila je konzervatívna sila, lebo práca tejto sily je pri všetkých uvažovaných trajektóriách medzi rovnakými bodmi rovnaká

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

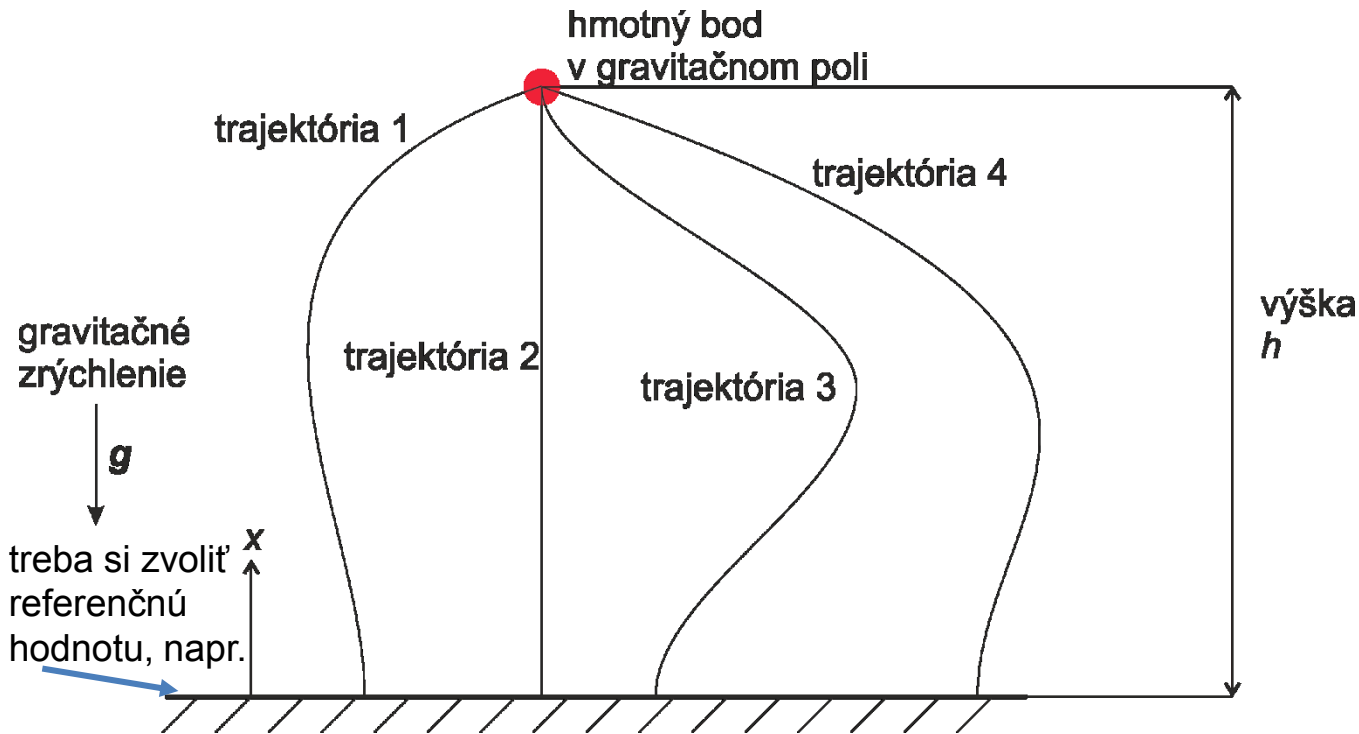
Potenciálna energia



ku každej konzervatívnej sile sme schopní vytvoriť skalárnu funkciu, pre ktorú platí: $E_p = - \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ ← nazýva sa potenciálna energia asociovaná k sile \mathbf{F}

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Potenciálna energia



potom potenciálna energia asociovaná ku gravitačnej sily je:

$$E_{pG}(x) = mgx$$

potom práca medzi bodmi $r(t_1)$ a $r(t_2)$ je:

$$A_G = E_{pG}(t_1) - E_{pG}(t_2)$$

$$A_G = mgh$$

ku každej konzervatívnej sile sme schopní vytvoriť skalárnu funkciu, pre ktorú platí: $E_p = - \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ nazýva sa potenciálna energia asociovaná k sile \mathbf{F}

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Potenciálna energia

ak na systém pôsobia iba konzervatívne sily (v rovnici uvažovaná iba jedna), potom pre stavy 0 a 1 môžeme písať:

$$E_{k1} - E_{k0} = A_F = E_{p0} - E_{p1}$$

$$E_{p0} + E_{k0} = E_{p1} + E_{k1}$$

vyjadruje zákon zachovania mechanickej energie konzervatívneho systému: súčet potenciálnej a kinetickej energie sa počas deja nemení

4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Potenciálna energia

Príklad

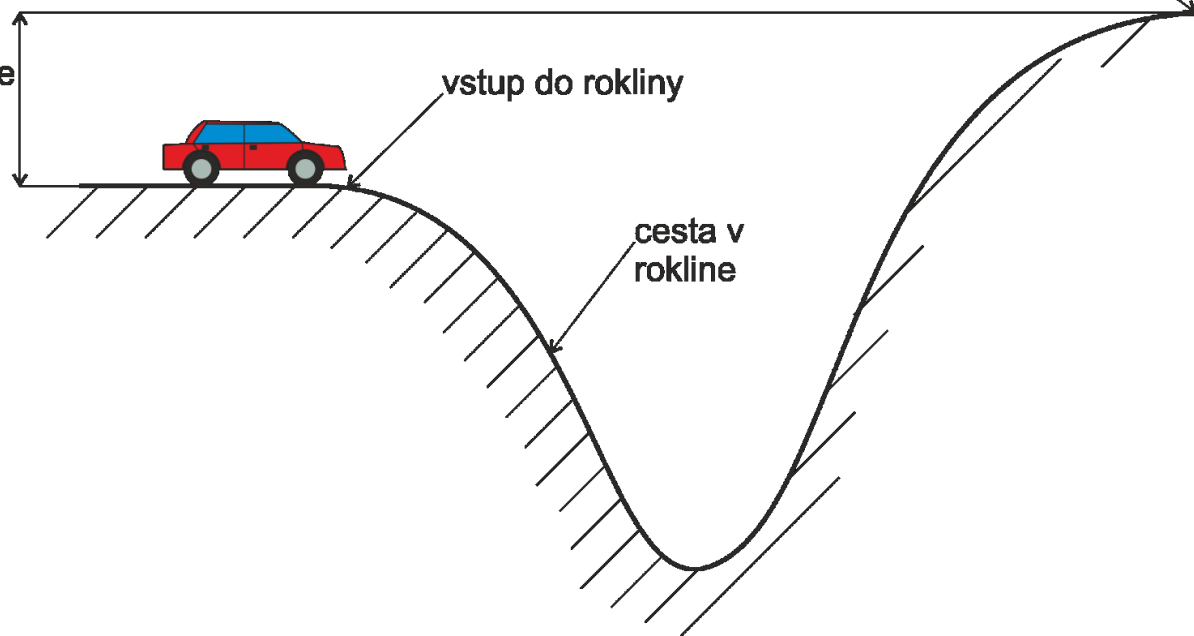
Cesta, po ktorej prechádza auto, preklenuje roklinu podľa obrázku. Určite, akú musím mať auto minimálnu rýchlosť na vstupe do rokliny, keď celú roklinu chce prejsť s vyradenou rýchlosťou, aby sa dostalo na výstup z rokliny. Neuvažujte odporu.

výstup z rokliny

prevýšenie
50 m

vstup do rokliny

cesta v
rokline



4. Základné vety dynamiky hmotného bodu

Potenciálna energia

Príklad

Cesta, po ktorej prechádza auto, preklenuje roklinu podľa obrázku. Určite, akú musím mať auto minimálnu rýchlosť na vstupe do rokliny, keď celú roklinu chce prejsť s vyradenou rýchlosťou, aby sa dostalo na výstup z rokliny. Neuvažujte odpory.

prevýšenie 50 m

vstup do rokliny

cesta v rokline

výstup z rokliny

Na auto pôsobí len konzervatívna sila – gravitačná sila

Musí platiť zákon zachovania mechanickej energie

$$E_{pvs} + E_{kvs} = E_{pvy} + E_{kvy}$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_{vs}^2 = mgh + 0$$

$$v_{vs} = \sqrt{2gh} = 31,32\text{m/s} = 112,76\text{km/h}$$

zvolená ako nulová hladina pre potenciálnu energiu od gravitačnej sily